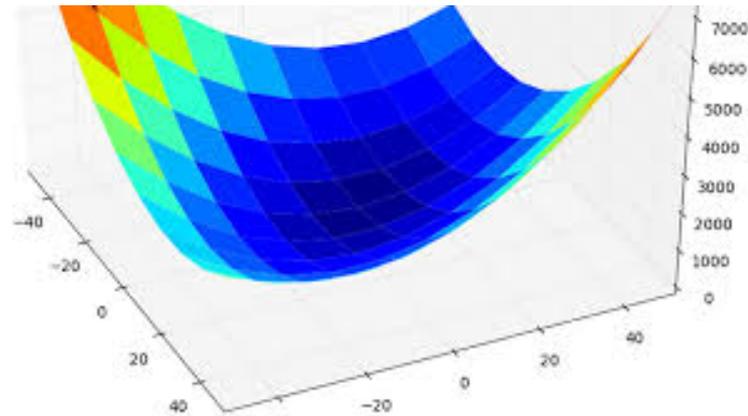


# “Diseño multifactorial” (DOE)



**Dr. Porfirio Gutiérrez González**  
**[pgutierrezglez@gmail.com](mailto:pgutierrezglez@gmail.com)**

---

# Por diseño factorial se entiende:

Cuando cada repetición o replica completa del experimento se investigan todas las combinaciones posibles de los niveles de los factores.

**Ejemplo: Si el factor A tiene  $a=4$  niveles y el factor B tiene  $b=3$  niveles, cada replica contiene todas las  $ab=12$  combinaciones de los tratamientos**

	A			
B	1	2	3	4
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)

REPLICA

**Si se efectuarán  $n=3$  replicas en total resultaran  $N=abn=36$  experimentos**

# **INTRODUCCION**

**Se quiere realizar un experimento para evaluar las condiciones óptimas de un baño de níquel, en el que se estudian los efectos de la concentración de sulfona y la temperatura del baño en el poder de reflexión de un metal niquelado.**

**FACTOR: CONCENTRACION DE SULFONA**

**NIVELES: 5 Y 10**

**FACTOR: TEMPERATURA**

**NIVELES: 75, 100, 125, 150, 175**

# CONSTRUCCION DEL DISEÑO

**FACTOR: CONCENTRACION DE SULFONA**

**NIVELES: 5 Y 10**

**FACTOR: TEMPERATURA**

**NIVELES: 75, 100, 125, 150, 175**

**Combinación o  
tratamiento**

**CON. SULFONA**

**TEMPERATURA**

**5**

**75**

**5**

**100**

**5**

**125**

**5**

**150**

**5**

**175**

**10**

**75**

**10**

**100**

**10**

**125**

**10**

**150**

**10**

**175**

# CONSTRUCCION DEL DISEÑO

**FACTOR: CONCENTRACION DE SULFONA**

**NIVELES: 5 Y 10**

**FACTOR: TEMPERATURA**

**NIVELES: 75, 100, 125, 150, 175**

<b>CONC. SULFONA</b>	<b>TEMPERATURA</b>		<b>REPLICA 1</b>
<b>5</b>	<b>75</b>	<b>35</b>	
<b>5</b>	<b>100</b>	<b>31</b>	
<b>5</b>	<b>125</b>	<b>30</b>	
<b>5</b>	<b>150</b>	<b>28</b>	
<b>5</b>	<b>175</b>	<b>19</b>	
<b>10</b>	<b>75</b>	<b>38</b>	
<b>10</b>	<b>100</b>	<b>36</b>	
<b>10</b>	<b>125</b>	<b>39</b>	
<b>10</b>	<b>150</b>	<b>35</b>	
<b>10</b>	<b>175</b>	<b>30</b>	

# CONSTRUCCION DEL DISEÑO

**FACTOR: CONCENTRACION DE SULFONA**

**NIVELES: 5 Y 10**

**FACTOR: TEMPERATURA**

**NIVELES: 75, 100, 125, 150, 175**

<b>CONC. SULFONA</b>	<b>TEMPERATURA REPLICA 1</b>		<b>REPLICA 2</b>
<b>5</b>	<b>75</b>	<b>35</b>	<b>39</b>
<b>5</b>	<b>100</b>	<b>31</b>	<b>37</b>
<b>5</b>	<b>125</b>	<b>30</b>	<b>31</b>
<b>5</b>	<b>150</b>	<b>28</b>	<b>20</b>
<b>5</b>	<b>175</b>	<b>19</b>	<b>18</b>
<b>10</b>	<b>75</b>	<b>38</b>	<b>46</b>
<b>10</b>	<b>100</b>	<b>36</b>	<b>44</b>
<b>10</b>	<b>125</b>	<b>39</b>	<b>32</b>
<b>10</b>	<b>150</b>	<b>35</b>	<b>47</b>
<b>10</b>	<b>175</b>	<b>30</b>	<b>38</b>

# CONSTRUCCION DEL DISEÑO

**FACTOR: CONCENTRACION DE SULFONA**

**NIVELES: 5 Y 10**

**FACTOR: TEMPERATURA**

**NIVELES: 75, 100, 125, 150, 175**

CONC. SULFONA	TEMPERATURA	REPLICA 1	REPLICA 2	REPLICA
3				
5	75	35	39	36
5	100	31	37	36
5	125	30	31	33
5	150	28	20	23
5	175	19	18	22
10	75	38	46	41
10	100	36	44	39
10	125	39	32	38
10	150	35	47	40
10	175	30	38	31

**Diseño multifactorial 2x5, con n=3 replicas**  
**30 experimentos o corridas**

## Ejemplo:

Se realiza el siguiente experimento, con el fin de precisar las condiciones óptimas de un baño de níquel, se estudian los efectos de la concentración de sulfona y la temperatura del baño en el poder de reflexión de un metal niquelado. Los resultados son:

<b>Factor A</b>	<b>Factor B</b>	<b>Replicas</b>		
<b>Concentración Sulfona</b>	<b>Temperatura</b>	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>
<b>5</b>	<b>75</b>	<b>35</b>	<b>39</b>	<b>36</b>
<b>5</b>	<b>100</b>	<b>31</b>	<b>37</b>	<b>36</b>
<b>5</b>	<b>125</b>	<b>30</b>	<b>31</b>	<b>33</b>
<b>5</b>	<b>150</b>	<b>28</b>	<b>20</b>	<b>23</b>
<b>5</b>	<b>175</b>	<b>19</b>	<b>18</b>	<b>22</b>
<b>10</b>	<b>75</b>	<b>38</b>	<b>46</b>	<b>41</b>
<b>10</b>	<b>100</b>	<b>36</b>	<b>44</b>	<b>39</b>
<b>10</b>	<b>125</b>	<b>39</b>	<b>32</b>	<b>38</b>
<b>10</b>	<b>150</b>	<b>35</b>	<b>47</b>	<b>40</b>
<b>10</b>	<b>175</b>	<b>30</b>	<b>38</b>	<b>31</b>

# MODELO MATEMATICO DE UN DISEÑO DE 2 FACTORES

$$y_{ijk} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

$y_{ijk}$  = Poder de Reflexion

$\mu$  = media general

$\tau_i$  = efecto de la concentración

$\beta_j$  = efecto de la temperatura

$(\tau\beta)_{ij}$  = efecto de interacción concentración – temperatura

$\varepsilon_{ijk}$  = error aleatorio

# Hipótesis

- **Ho: No influye el efecto de concentración de sulfona en el poder de reflexión.**
- **Ha: Si influye el efecto de concentración de sulfona en el poder de reflexión.**
- **Ho: No influye el efecto de la temperatura en el poder de reflexión.**
- **Ha: Si influye el efecto de la temperatura en el poder de reflexión.**
- **Ho: No Hay efecto de interacción entre concentración de sulfona y la temperatura en el poder de reflexión.**
- **Ha: Si Hay efecto de interacción entre la concentración de sulfona y la temperatura en el poder de reflexión.**

# SUMAS DE CUADRADOS Y GRADOS DE LIBERTAD.

**La suma de total es:  $SC_{\text{Total}} = SC_A + SC_B + SC_{AB} + SC_{\text{Error}}$**

**$SC_{\text{Total}}$  = Suma de cuadrados total**

**$SC_A$  = Suma de cuadrados del factor A**

**$SC_B$  = Suma de cuadrados del factor B**

**$SC_{AB}$  = Suma de cuadrados de la interacción AB**

**$SC_{\text{Error}}$  = Suma de cuadrados del Error**

**Grados de libertad para el Factor A,  $a-1$  ( $a$ =niveles del factor A)**

**Grados de libertad para el Factor B,  $b-1$  ( $b$ =niveles del Factor B)**

**Grados de libertad de la interacción AB  $(a-1)(b-1)$**

**Grados de libertad del Error  $ab(n-1)$  ( $n$ =numero de replicas)**

**Grados de libertad para el total  $N-1$  ( $N$ =numero total de observación)**

## ANOVA

<i>Fuente</i>	<i>Suma de Cuadrados</i>	<i>Gl</i>	<i>Cuadrado Medio</i>	<i>Razón-F</i>	<i>Valor-P</i>
<b>EFFECTOS PRINCIPALES</b>					
<b>A:CONCENTRACION</b>	<b>616.533</b>	<b>1</b>	<b>616.533</b>	<b>44.04</b>	<b>0.0000</b>
<b>B:TEMPERATURA</b>	<b>591.2</b>	<b>4</b>	<b>147.8</b>	<b>10.56</b>	<b>0.0001</b>
<b>INTERACCIONES</b>					
<b>AB</b>	<b>196.133</b>	<b>4</b>	<b>49.0333</b>	<b>3.50</b>	<b>0.0253</b>
<b>RESIDUOS</b>	<b>280.0</b>	<b>20</b>	<b>14.0</b>		
<b>TOTAL (CORREGIDO)</b>	<b>1683.87</b>	<b>29</b>			

Los valores de P de los tres efectos son menores que el nivel de confianza dado  $\alpha=0.05$ , lo que significa que si influye el efecto simple de la concentración de sulfona, si influye el efecto simple de la temperatura y si influye el efecto de interacción entre la concentración de sulfona y la temperatura, con una confianza estadística del 95%.

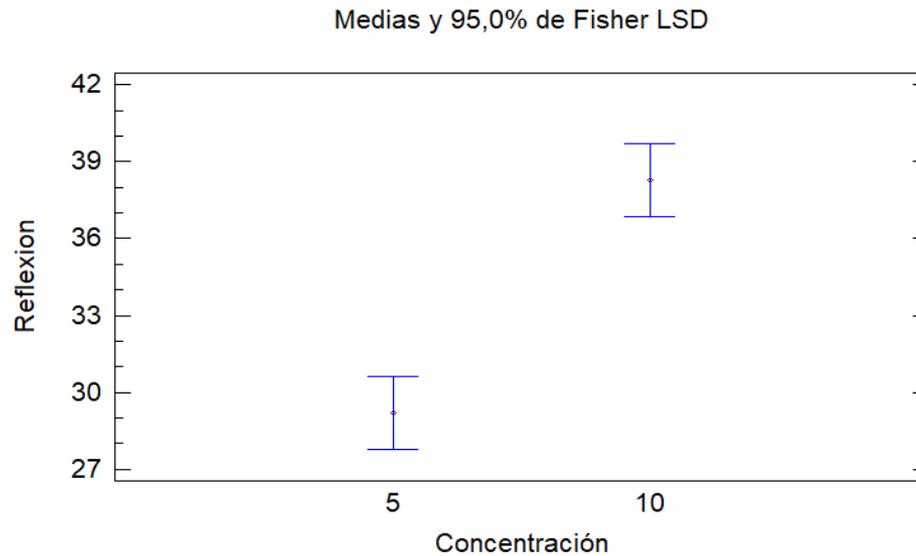
## PRUEBA LSD PARA EL FACTOR A (CONCENTRACIÓN)

Concentración	Casos	Media LS	Sigma LS	Grupos Homogéneos
5	15	29,2	0,966092	X
10	15	38,2667	0,966092	X

Contraste	Sig.	Diferencia	+/- Límites
5 - 10	*	-9,06667	2,84997

**Hay dos grupos homogéneos, cada nivel de concentración es un grupo homogéneo. La concentración de 10 da mayor poder de reflexión**

# Grafica de medias



Si se cambia la concentración de 5 a 10 se incrementa la reflexión.  
Para maximizar se recomienda el nivel de concentración en 10.

## PRUEBA LSD PARA EL FACTOR B (TEMPERATURA)

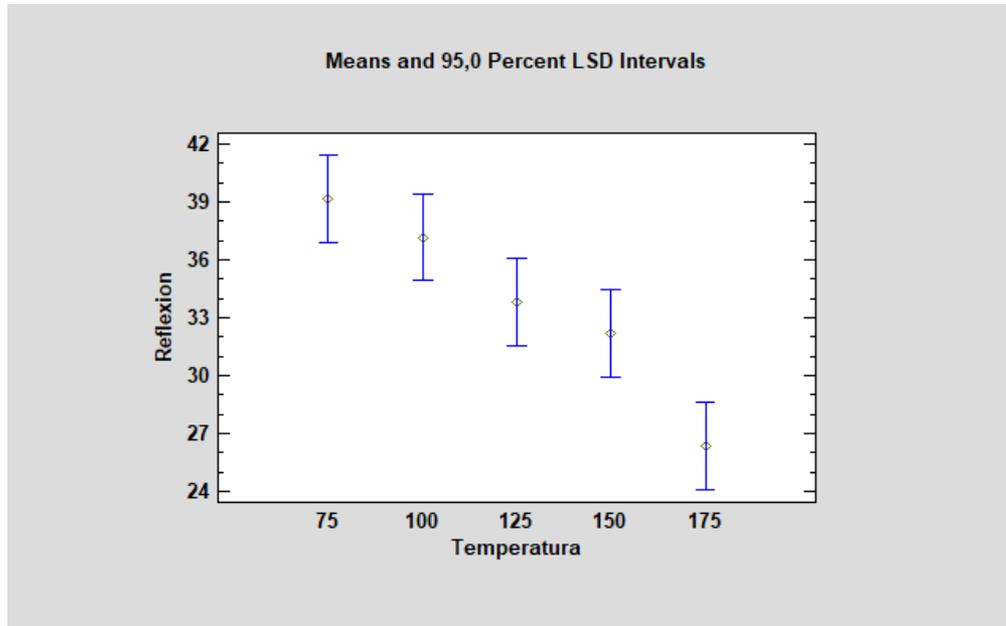
Tabla 1

Temperatura	Count	LS Mean	LS Sigma	Homogeneous Groups	
175	6	26,3333	1,52753	X	
150	6	32,1667	1,52753	X	
125	6	33,8333	1,52753	XX	
100	6	37,1667	1,52753	XX	
75	6	39,1667	1,52753	X	

**Hay cuatro grupos homogéneos, un grupo lo forma la temperatura 175, otro grupo lo forman las Temperaturas 125 y 150, otro grupo lo es 100 con 125, otro grupo homogéneo lo son las temperaturas 100 con 75.**

**PARA OBTENER MAYOR REFLEXIÓN SE RECOMIENDAN LAS TEMPERATURAS 75 ó 100.**

# Grupos homogéneos y gráfica de medias



**Si se incrementa la temperatura de 75 a 175 disminuye el poder de reflexión. Para maximizar el poder de reflexión se recomienda la temperatura de 75.**

# GRÁFICA DE INTERACCIONES

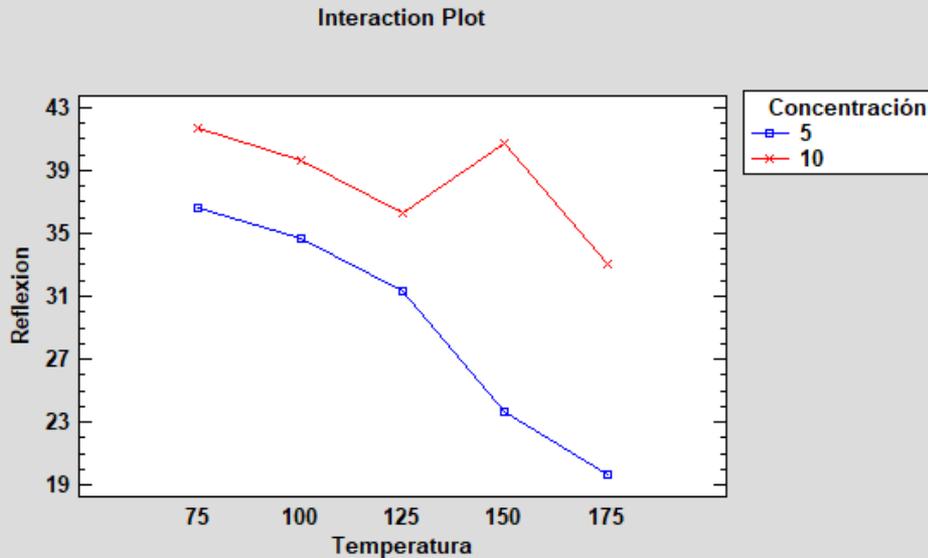
Como auxiliar en la interpretación de resultados del experimento resulta útil la construcción de una gráfica de las respuestas promedio de cada combinación de tratamientos:

Conc.	°F	Rep. 1	Rep. 2	Rep. 3	Promedios
5	75	35	39	36	36.67
5	100	31	37	36	34.67
5	125	30	31	33	31.33
5	150	28	20	23	23.67
5	175	19	18	22	19.67
10	75	38	46	41	41.67
10	100	36	44	39	39.67
10	125	39	32	38	36.33
10	150	35	47	40	40.67
10	175	30	38	31	33.00

Se calcula el promedio de cada combinación de los tratamientos

Y se grafican





## Interpretación:

- ❑ Si se aumenta la temperatura del 75 al 125, el poder de reflexión disminuye, para ambos niveles de concentración.
- ❑ Al cambiar a una temperatura de 150 el poder de reflexión aumenta para la concentración de 10, entre tanto, disminuye para la concentración de 5.
- ❑ por último al cambiar a la temperatura de 175 en ambos niveles de concentración disminuye el poder de reflexión.
- ❑ Para maximizar, se recomienda una concentración 10 y una temperatura de 75.

## Conclusión del problema

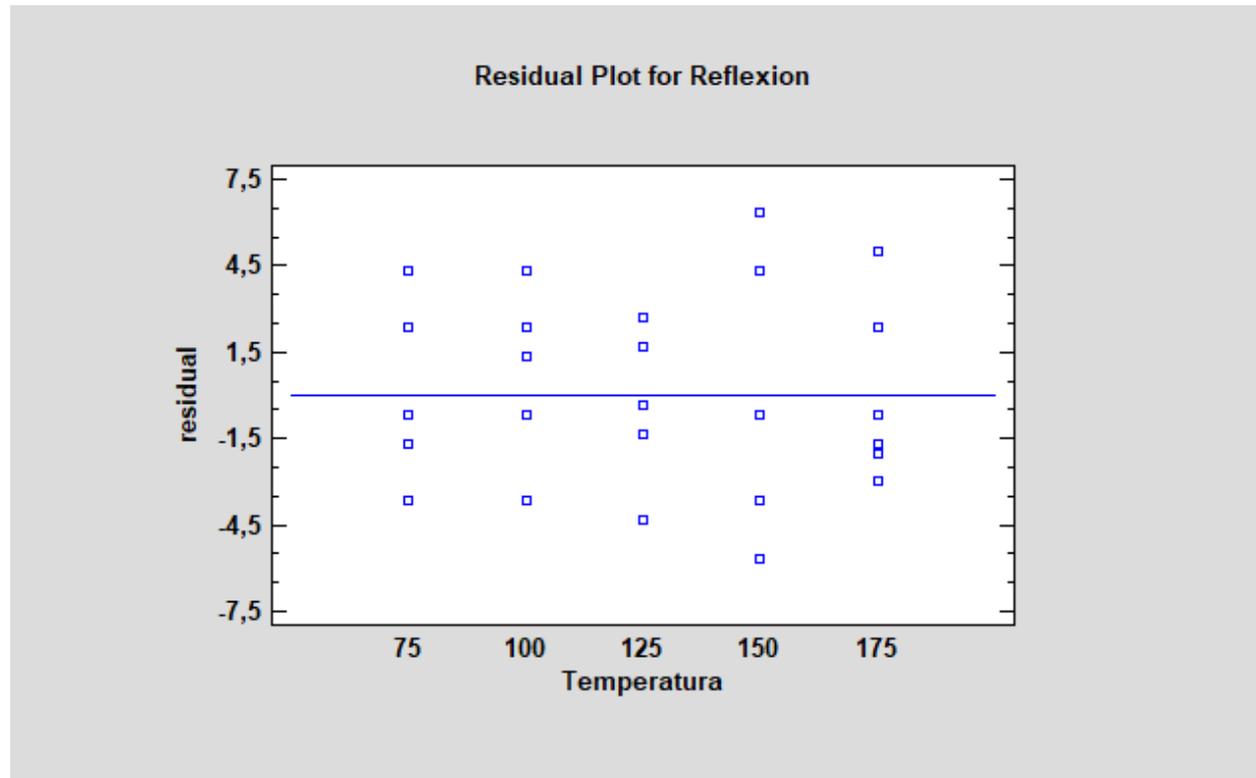
Con base a la prueba LSD de la concentración se recomienda usar el nivel 10.

Con base a la prueba LSD de la temperatura se recomienda usar la temperatura 75 ó 100.

Con base a la gráfica de interacciones se recomienda usar el nivel 10 de concentración con 75 de temperatura.

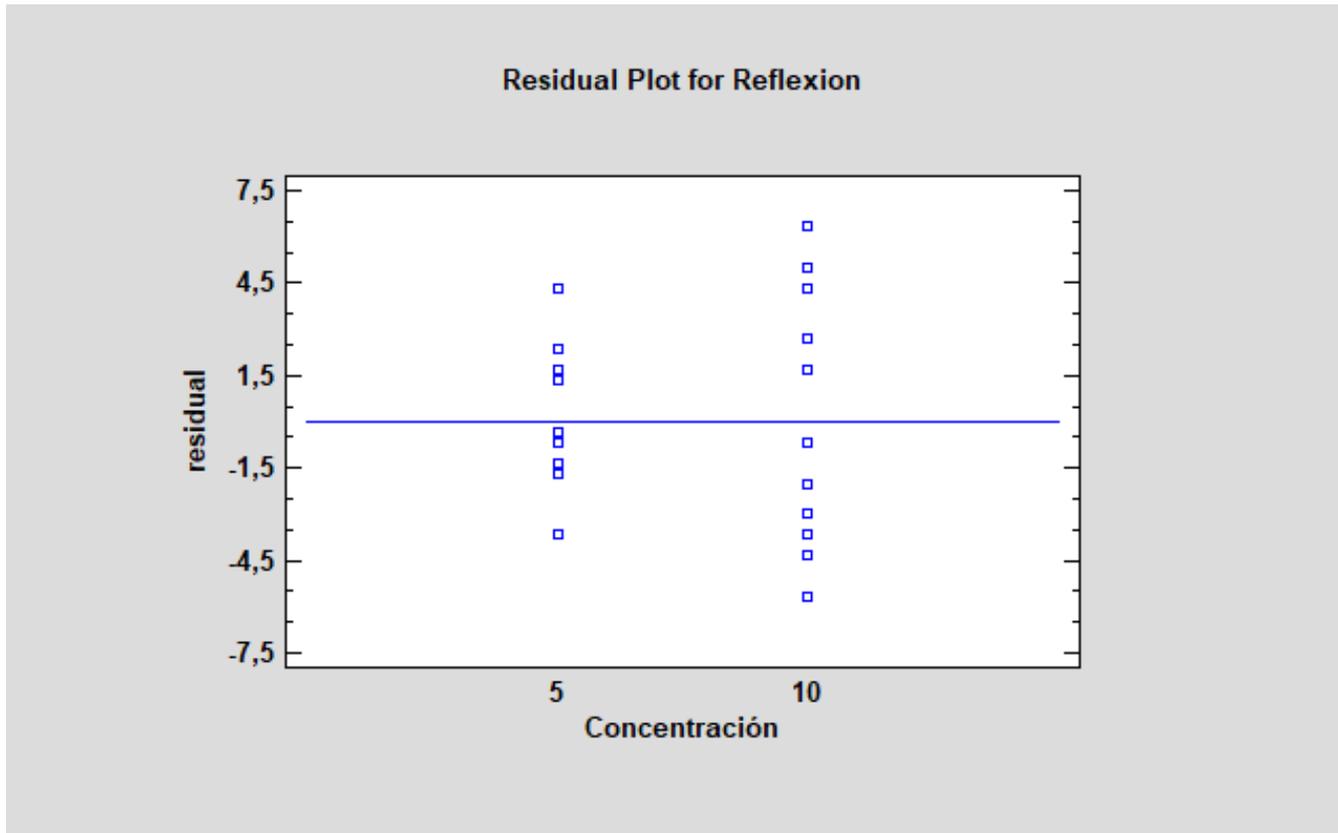
Con base a los resultados anteriores podemos concluir que el nivel de concentración 10 con temperatura 75 es la combinación ideal para incrementar el poder de reflexión.

## Supuesto de varianza constante para temperatura



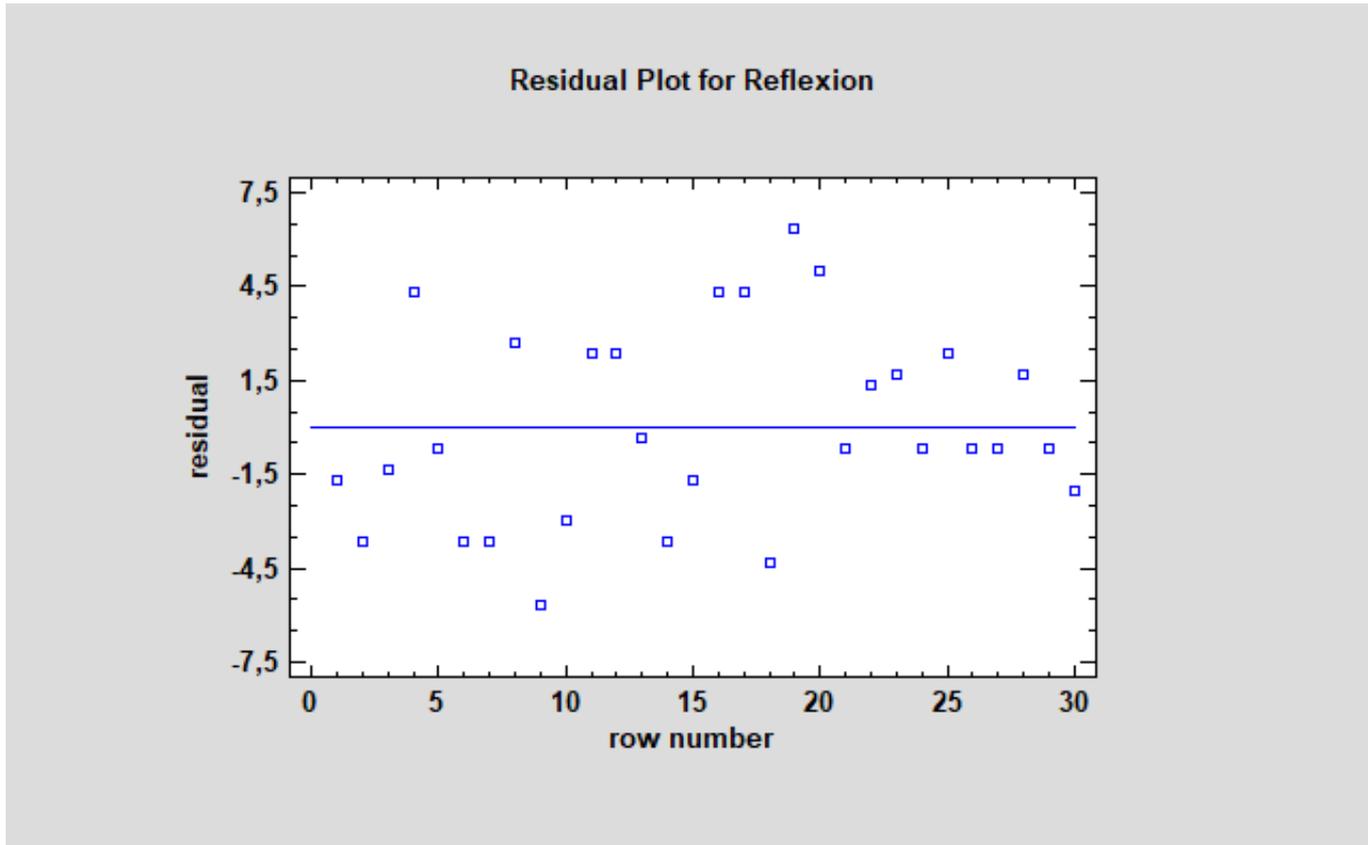
**No hay embudo, por lo que si se cumple el supuesto de varianza constante en la temperatura**

## Supuesto de varianza constante para Concentración



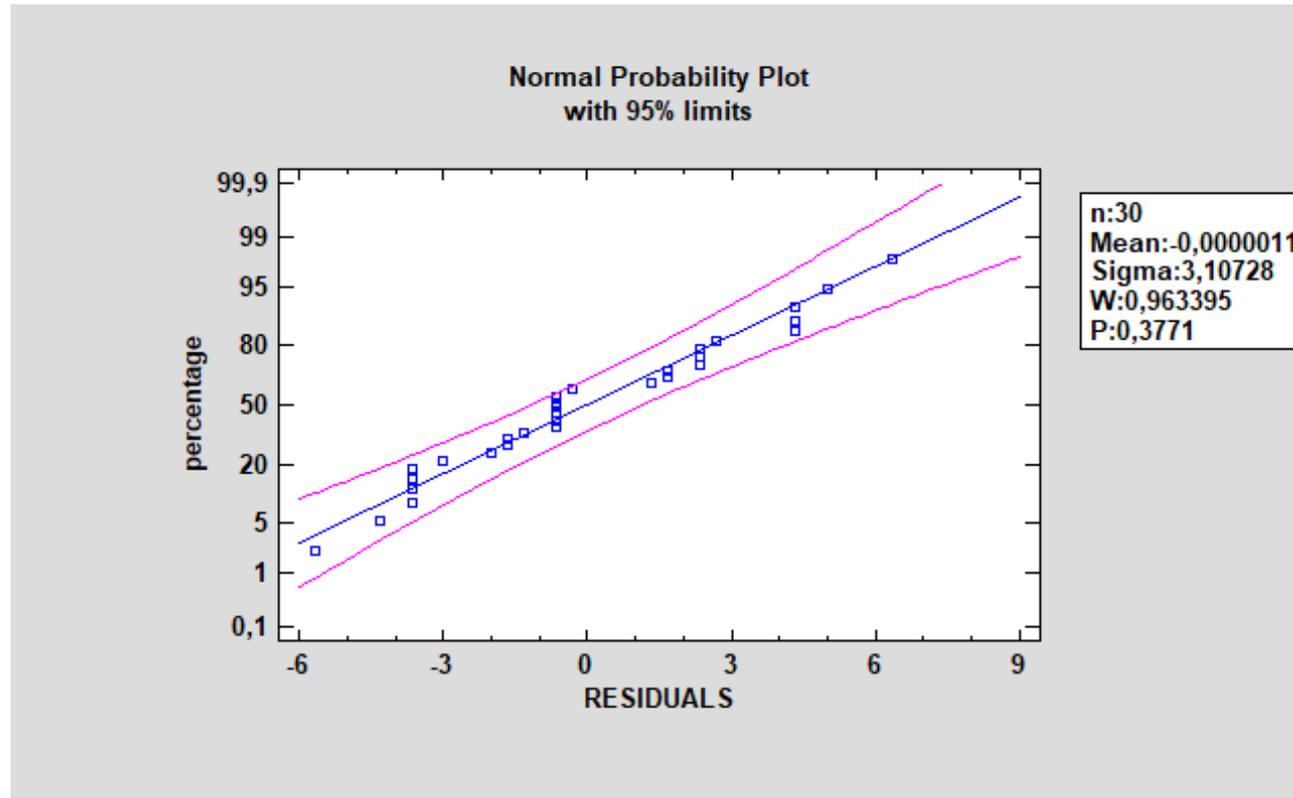
**No hay problema en la varianza constante para los niveles de concentración**

## SUPUESTO de independencia



**No se observa ningún patrón, por lo que si se cumple el principio de independencia**

# SUPUESTO de Normalidad



**Si se cumple el supuesto de normalidad en los residuales**