

PRUEBA DE HIPOTESIS ESTADISTICA PARA UNA MEDIA POBLACIONAL



Dr. Porfirio Gutiérrez González
pgutierrezglez@gmail.com

PRUEBA DE HIPOTESIS

HIPOTESIS ESTADISTICA: Es una afirmación sobre los valores de los parámetros de una población o proceso que es susceptible de probarse.

HIPOTESIS NULA: se deriva del hecho que se plantea como una igualdad.

HIPOTESIS ALTERNATIVA: Es una afirmación sobre un parámetro que rechaza o niega la afirmación base de la hipótesis nula.

ESTADISTICO DE PRUEBA: Numero calculado a partir de los datos y lo afirmado por H_0 , cuya magnitud permite discernir si se rechaza o se acepta la hipótesis nula.

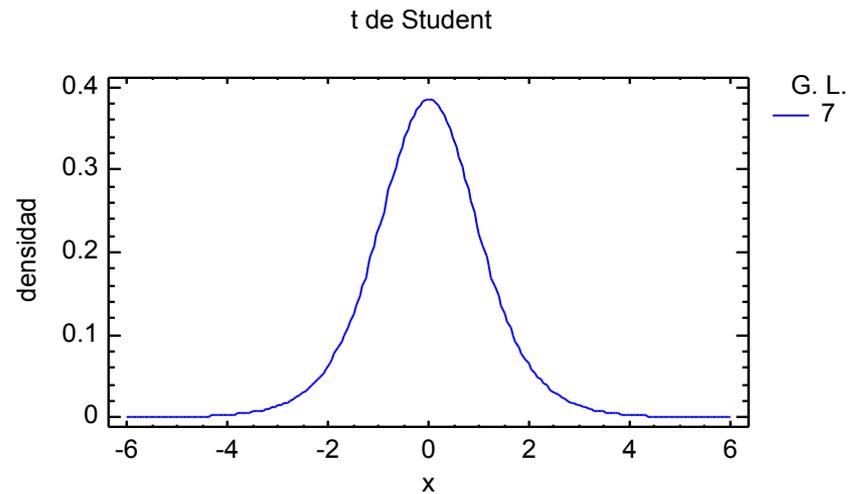
Distribución T-student

T tiene una distribución de probabilidad, conocida como T-student

$$h(t) = \frac{\Gamma\left[\frac{(v+1)}{2}\right]}{\Gamma(v/2)\sqrt{\pi v}} \left(1 + \frac{t^2}{v}\right)^{-(v+1)/2}$$

Donde $-\infty < t < \infty$

$$t_0 = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$$



PRUEBA DE HIPOTESIS PARA LA IGUALDA DE UNA MEDIA.

$$H_0: \mu = \mu_0$$

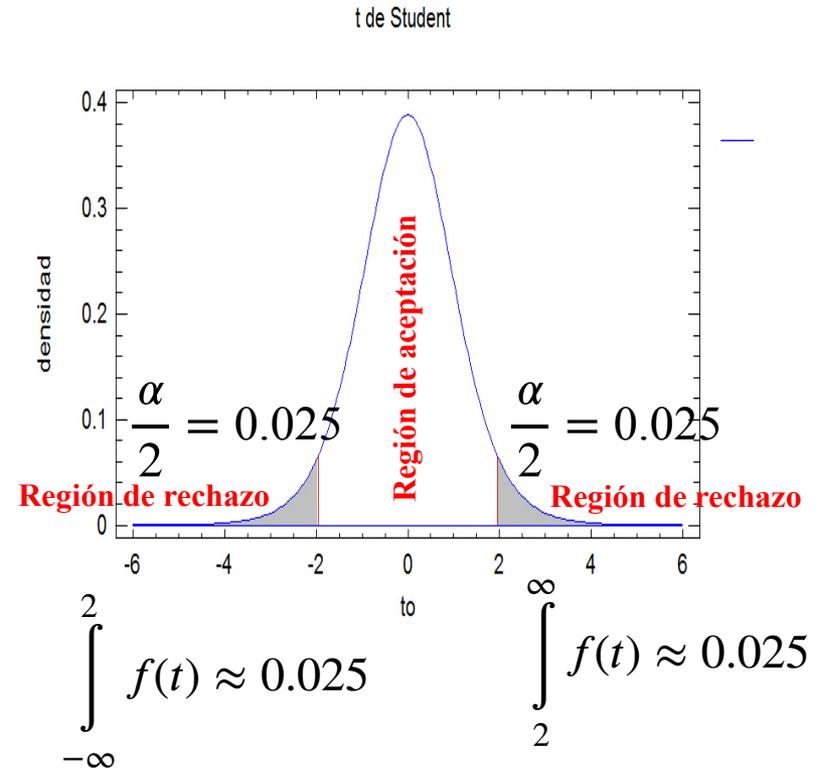
$$H_A: \mu \neq \mu_0$$

$$t_0 = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad \alpha = 0.05$$

S=DESVIACION ESTANDAR

n= tamaño de muestra

$$\int_{-\infty}^{-2} f(t) + \int_{2}^{\infty} f(t) \approx 0.05 = \alpha$$



Se rechaza H_0 si $|t_0| > t(\alpha/2, n-1)$.

Ejemplo 2. ¿Es posible concluir que la edad media de defunción por la enfermedad de células falciformes homocigótica es menor que 30 años? Una muestra de 50 pacientes proporciona las siguientes edades en años:

15.5	2.0	45.1	1.7	0.8	1.1	18.2	9.7	28.1	18.2
27.6	45	1.0	66.4	2.0	67.4	2.5	61.7	16.2	31.7
6.9	13.5	1.9	31.2	9.0	2.6	29.7	14.4	13.5	2.6
20.7	30.9	36.6	1.1	23.6	0.9	7.6	23.5	6.3	40.2
23.7	4.8	33.2	27.1	36.7	3.2	38	3.5	21.8	2.4

SOLUCION:

1. $H_0: \mu = 30$
2. $H_a: \mu \neq 30$
3. $\alpha = 0.05$
4. EL ESTADISTICO DE PRUEBA ES

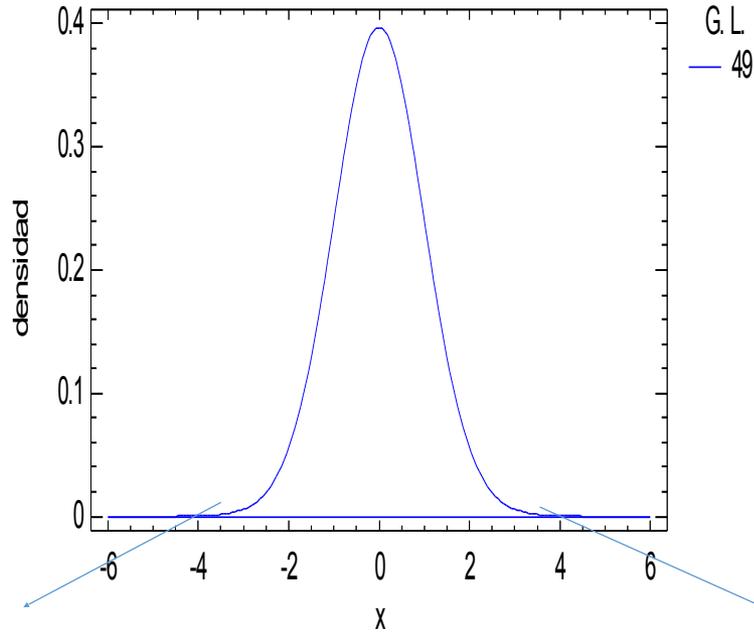
$$t_0 = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Recuento	50
Promedio	19.46
Desviación Estándar	17.8171

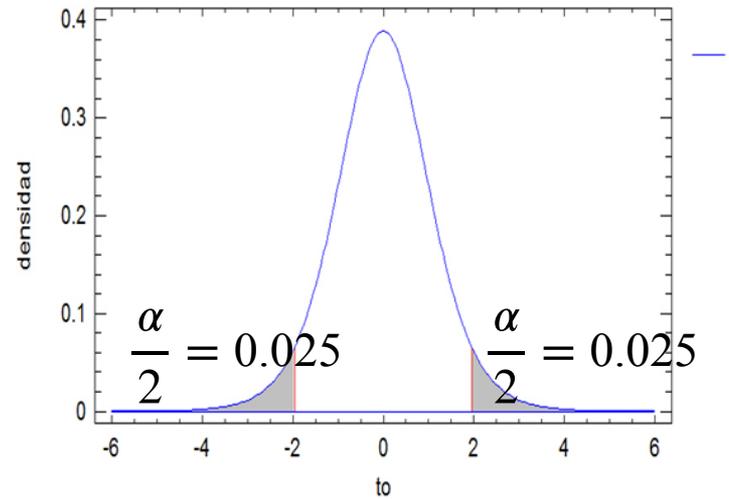
$$t_0 = \frac{19.46 - 30}{\frac{17.81}{\sqrt{50}}} = -4.183$$

$$t_0 = \frac{30 - 19.46}{\frac{17.81}{\sqrt{50}}} = 4.183$$

t de Student
 Probabilidad = 0.000118845



t de Student

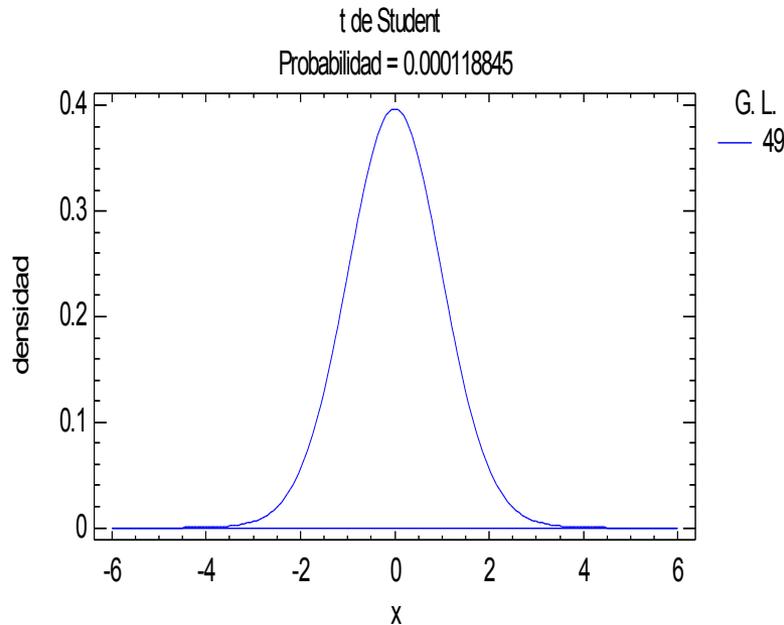


$$\int_{-\infty}^{4.183} f(t) \approx 0.000059$$

$$\int_{4.183}^{\infty} f(t) \approx 0.000059$$

$$\int_{-\infty}^{4.183} f(t) + \int_{4.183}^{\infty} f(t) \approx 0.000118 = \text{valor de } P$$

Valor de P=0.000118 < alpha=0.05



Valor de P=0 . 000118

$\alpha=0.05$

$\alpha=0.05 > \text{Valor de P}=0.0000$

Conclusión: En la prueba de que la media es 30, se obtuvo una $t=4.183$, con un valor de $P=0.000118$, el cual es menor que $\alpha=0.05$, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula, lo que significa que la media de edad no es igual a 30, en este caso es menor, con una confianza estadística del 95%

Intervalo de confianza para la media

Recuento	n=50
Promedio	=19.46
Desviación Estándar	S=17.8171

$$\alpha=0.05$$

$$t_{(\frac{0.05}{2}, 50-1)} = 2.0096$$

$$\bar{x} - t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$19.46 - 2.0096 * \frac{17.81}{\sqrt{50}} < \mu < 19.46 + 2.0096 * \frac{17.81}{\sqrt{50}}$$

$$14.39 < \mu < 24.52$$

PRUEBA DE HIPOTESIS ESTADISTICA PARA UNA DESVIACION ESTANDAR POBLACIONAL

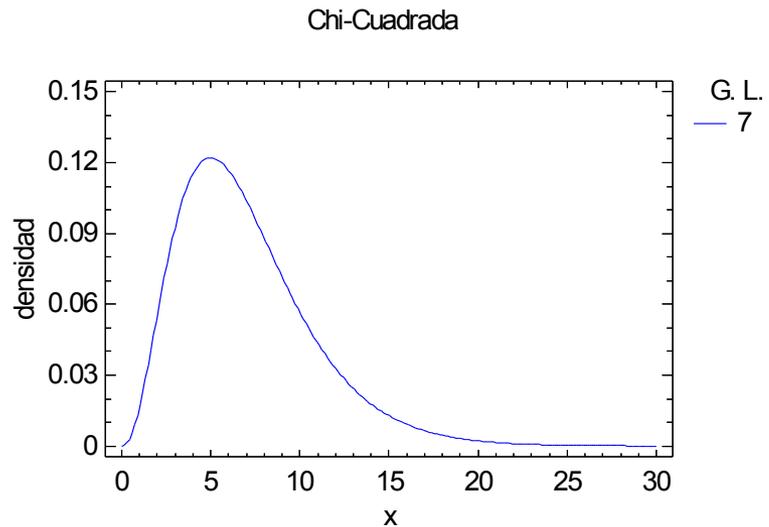


Dr. Porfirio Gutiérrez González
pgutierrezglez@gmail.com

Distribución ji-cuadrada

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{(\frac{\nu}{2})-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\alpha} \Gamma(\frac{\nu}{2})}, & \mathbf{0} \leq x < \infty \\ \mathbf{0}, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

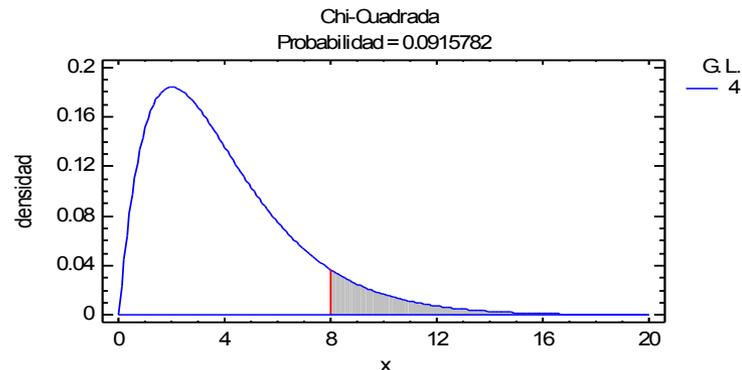
$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$



Si S^2 es la varianza de una muestra aleatoria de tamaño n tomada de una población normal que tiene la varianza σ^2 , entonces el estadístico

$$\chi^2 = \frac{(n - 1)S^2}{\sigma^2}$$

Tiene una distribución ji-cuadrada con $\nu = n - 1$ grados de libertad



PRUEBA DE HIPOTESIS PARA UN VALOR DE UNA DESVIACION ESTANDAR POBLACIONAL

$$H_0: \sigma = \sigma_0$$

$$H_A: \sigma \neq \sigma_0$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\chi^2 = \frac{(n - 1) S^2}{\sigma_0^2}$$

$\alpha > \text{valor de } P \text{ se rechaza la Hipotesis Nula}$

Ejemplo. Los siguientes datos representan las edades de defunción por la enfermedad de células falciformes. Una muestra de 50 pacientes proporciona las siguientes edades en años:

15.5	2.0	45.1	1.7	0.8	1.1	18.2	9.7	28.1	18.2
27.6	45	1.0	66.4	2.0	67.4	2.5	61.7	16.2	31.7
6.9	13.5	1.9	31.2	9.0	2.6	29.7	14.4	13.5	2.6
20.7	30.9	36.6	1.1	23.6	0.9	7.6	23.5	6.3	40.2
23.7	4.8	33.2	27.1	36.7	3.2	38	3.5	21.8	2.4

$$H_0: \sigma = 20$$

$$H_A: \sigma \neq 20$$

EJEMPLO

Para el ejemplo de las edades, se espera que la desviación estándar poblacional sea 20.

$$H_0: \sigma = 20$$

$$H_A: \sigma \neq 20$$

Recuento	n=50
Desviación Estándar	S=17.81
Varianza	=317.44

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

$$\chi^2 = \frac{(49)(317.44)}{400} = 38.85$$

$$P[\chi^2 > 38.85] = 0.3015$$

$$\alpha = 0.05$$

El valor de $P=0.3015 > 0.05$, por lo tanto no se puede rechazar la hipótesis nula. Lo que significa que la desviación estándar es de 20.

Intervalo de confianza para la varianza $100*(1-\alpha)$

Recuento	n=50
Desviación Estándar	S=17.81
Varianza	=317.44

$$v = (n - 1) = 50 - 1 = 49 \quad \chi_{0.025, 49}^2 = 71.42 \quad \chi_{0.975, 49}^2 = 31.56$$

$$\frac{(n - 1)S^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}, v}^2} < \sigma^2 < \frac{(n - 1)S^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}, v}^2}$$

$$\frac{49 * 317.44}{71.42} < \sigma^2 < \frac{49 * 317.44}{31.56}$$

$$221.41 < \sigma^2 < 492.84$$

$$14.88 < \sigma < 22.20$$