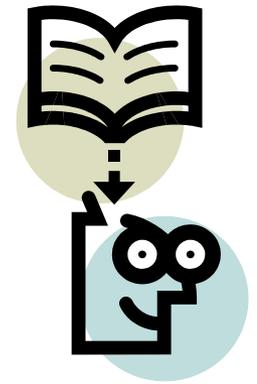


INFERENCIA ESTADISTICA



Dr. Porfirio Gutiérrez González
pgutierrezglez@gmail.com



COMPARACION DE DOS MEDIAS (POBLACIONES O PROCESOS)

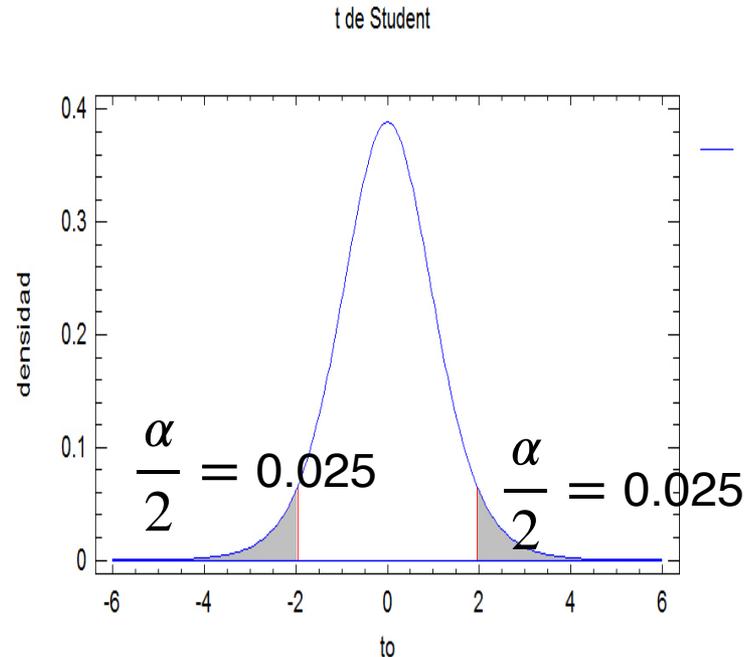
PRUEBA DE HIPOTESIS PARA DOS MEDIAS: COMPARACION DE DOS PROCESOS O DOS POBLACIONES, SUPONIENDO VARIANZAS IGUALES.

$$H_0: \mu_x = \mu_y$$

$$H_A: \mu_x \neq \mu_y$$

$$t_0 = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_P \sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}}$$

$$S_P = \sqrt{\frac{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}{n_x + n_y - 2}}$$



Se rechaza H_0 si $|t_0| > t(\alpha/2, n_x + n_y - 2)$.

Ejemplo. Se analizaron dos catalizadores para determinar la forma en que afectan el rendimiento promedio de un proceso químico. De manera específica, el Catalizador 1 es el que se esta empleando en este momento, el cual es aceptable. Debido a que el catalizador 2 es mas económico, este puede adoptarse siempre y cuando no cambie el rendimiento promedio del proceso. Se hace una prueba en la planta; los resultados están en las siguiente tabla:

Datos Ejemplo, Suponiendo varianzas iguales

NUMERO DE OBSERVACION	CATALIZADOR 1	CATALIZADOR 2
1	91.5	89.19
2	94.18	90.95
3	92.18	90.46
4	95.39	93.21
5	91.79	97.19
6	89.07	97.04
7	94.72	91.07
8	89.21	92.75

SOLUCION:

1. LOS PARAMETROS DE INTERES SON μ_1 Y μ_2 , LOS CUALES REPRESENTAN EL RENDIMIENTO PROMEDIO DEL PROCESO CON LOS CATALIZADORES 1 Y 2, RESPECTIVAMENTE.
2. **Ho: $\mu_1 = \mu_2$** **Ha: $\mu_1 \neq \mu_2$**
3. $\alpha = 0.05$
4. **EL ESTADISTICO DE PRUEBA ES**

$$t_0 = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_P \sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}}$$

Desviación Estándar Ponderada

$$S_P = \sqrt{\frac{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}{n_x + n_y - 2}}$$

	<i>CATALIZADOR=1</i>	<i>CATALIZADOR=2</i>
Recuento	8	8
Promedio	92.255	92.7325
Varianza	5.68831	8.90099
Desviación Estándar	2.38502	2.98345

$$t_0 = \frac{92.25 - 92.73}{2.70 \sqrt{\frac{1}{8} + \frac{1}{8}}} = -0.35$$

$$S_p = \sqrt{\frac{(7)(5.68) + (7)(8.90)}{14}}$$

$$s_p = 2.70$$

$$\text{Valor } P = \int_{-\infty}^{-0.35} f(t) dt = 0.7289$$

$$\text{Valor } P > \alpha = 0.05$$

NO SE RECHAZA LA HIPOTESIS NULA, POR LO TANTO SE PUEDE UTILIZAR CUALQUIERA DE LOS DOS CATALIZADORES

Resultados usando el programa Statgraphics

Comparación de Medias para RENDIMIENTO

Intervalos de confianza del 95.0% para la media de
CATALIZADOR=1: 92.255 +/- 1.99393 [90.2611, 94.2489]

Intervalos de confianza del 95.0% para la media de
CATALIZADOR=2: 92.7325 +/- 2.49424 [90.2383, 95.2267]

Intervalos de confianza del 95.0% intervalo de confianza para
la diferencia de medias

Prueba t para comparar medias

Hipótesis nula: media1 = media2

Hipótesis Alt.: media1 <> media2

suponiendo varianzas iguales: t = -0.353591

valor-P = 0.728914

No se rechaza la hipótesis nula para alfa = 0.05.

Suponiendo varianzas no iguales

NUMERO DE OBSERVACION	CATALIZADOR 1	CATALIZADOR 2
1	91.5	89.19
2	94.18	90.95
3	92.18	90.46
4	95.39	93.21
5	91.79	97.19
6	89.07	97.04
7	94.72	91.07
8	89.21	92.75

SOLUCION:

1. LOS PARAMETROS DE INTERES SON μ_1 Y μ_2 , LOS CUALES REPRESENTAN EL RENDIMIENTO PROMEDIO DE CADA CATALIZADOR.

2. $H_0: \mu_1 = \mu_2$

$H_a: \mu_1 \neq \mu_2$

3. $\alpha = 0.05$

4. EL ESTADISTICO DE PRUEBA ES

$$t_o^* = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$v = \frac{\left(\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2} \right)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1+1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2+1}}$$

Comparación de Medias

Intervalos de confianza del 95.0% para la media de CATALIZADOR

1: 92.255 +/- 1.99393 [90.2611, 94.2489]

Intervalos de confianza del 95.0% para la media de CATALIZADOR

2: 92.7325 +/- 2.49424 [90.2383, 95.2267]

Intervalos de confianza del 95.0% intervalo de confianza para la diferencia de medias

sin suponer varianzas iguales: -0.4775 +/- 2.90962 [-3.38712, 2.43212]

Prueba t para comparar medias

Hipótesis nula: $\text{media1} = \text{media2}$

Hipótesis Alt.: $\text{media1} \neq \text{media2}$

sin suponer varianzas iguales: $t = -0.353591$ valor-P = 0.729166

No se rechaza la hipótesis nula para $\alpha = 0.05$

PRUEBA DE HIPOTESIS PARA IGUALDAD DE VARIANZAS

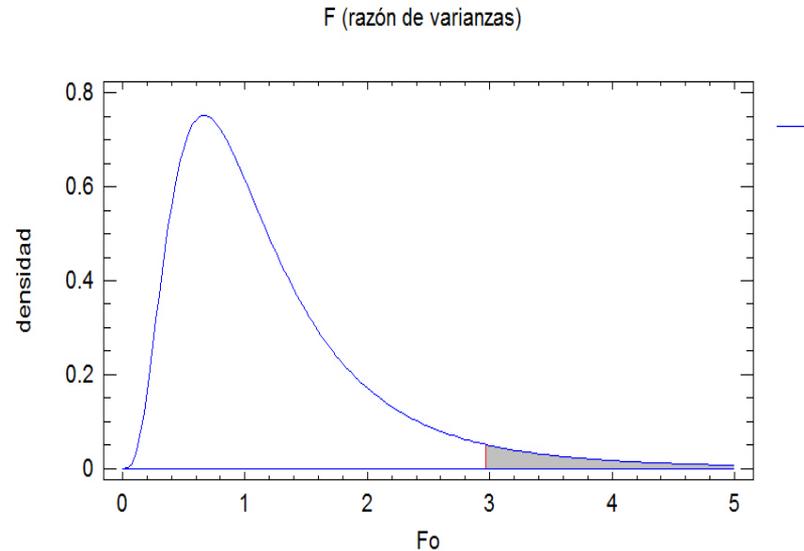
(EXPERIMENTAL)

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

$$\alpha = 0.05$$



LA CUAL SIGUE UNA DISTRIBUCION F CON n_1-1 GRADOS DE LIBERTAD EN EL NUMERADOR Y n_2-1 GRADOS DE LIBERTAD EN EL DENOMINADOR.

SI $F_0 > F(\alpha=0.05, n_1-1, n_2-1)$ SE RECHAZA LA HIPOTESIS NULA.

SOLUCION:

1. LOS PARAMETROS DE INTERES SON LAS VARIANZAS DEL RENDIMIENTO PARA AMBOS CATALIZADORES.
2. HIPOTESIS

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_a: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

3. Nivel de confianza $\alpha=0.05$

4. EL ESTADISTICO DE PRUEBA ESTA DADO POR

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

Comparación de Desviaciones Estándar

	<i>CATALIZADOR 1</i>	<i>CATALIZADOR 2</i>
Desviación Estándar	2.38502	2.98345
Varianza	5.68831	8.90099
Gl	7	7

Razón de Varianzas= 0.639065

Intervalos de confianza del 95.0%

Desviación Estándar de CATALIZADOR 1: [1.57691, 4.85416]

Desviación Estándar de CATALIZADOR 2: [1.97258, 6.07214]

Razones de Varianzas: [0.127943, 3.19207]

Prueba-F para comparar Desviaciones Estándar

Hipótesis Nula: $\sigma_1 = \sigma_2$

Hipótesis Alt.: $\sigma_1 < \sigma_2$

F = 0.639065 valor-P = 0.569131

No se rechaza la hipótesis nula para alfa = 0.05.

El valor de P > 0.05 Se demuestra que no hay diferencias en las varianzas de los catalizadores, lo que garantiza que experimentalmente se probaron en iguales circunstancias ambos catalizadores, por consiguiente se debe usar la t-student para varianzas iguales.

PRUEBA DE HIPOTESIS PARA LA DIFERENCIA ENTRE PROPORCIONES DE DOS POBIACIONES

$$H_0: p_1 = p_2$$

$$H_A: p_1 \neq p_2$$

$$z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1}$$

$$\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2}$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$$

Se rechaza H_0 si $|z| > z(\alpha/2)$ o si $\alpha > \text{valor } P$.

Ejemplo. En un estudio de cuidados nutricionales en asilos para ancianos, se encontraron que entre 55 pacientes con hipertensión, 24 tenían una dieta con restricción de sodio. De 149 pacientes sin hipertensión, 36 tenían una dieta sin sodio. Es posible concluir que, en las poblaciones muestreadas, la proporción de pacientes con dieta restringida en sodio es mayor entre pacientes con hipertensión que entre pacientes sin hipertensión?

$$\alpha=0.05$$

$$H_0: p_1=p_2$$

$$H_A: p_1 \neq p_2$$

$$\hat{p}_1 = \frac{24}{55} = 0.436$$

$$\hat{p}_2 = \frac{36}{149} = 0.241$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{60}{204} = 0.294$$

$$z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad \alpha=0.05$$

$$z = \frac{0.436 - 0.241}{\sqrt{0.294(1 - 0.294)\left(\frac{1}{55} + \frac{1}{149}\right)}} = 2.712$$

Valor de P= Prob(|z|>2.712)=0.0066

Dado que $\alpha=0.05 >$ Valor P=0.0066, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula, por lo tanto se comprueba que la proporción de pacientes con dieta restringida en sodio es mayor entre pacientes con hipertensión que entre pacientes sin hipertensión.